série n°12

4ème.sc

EXERCICE N°1

1/ Soit g la fonction définie par : $g(x)=\dfrac{x^3-x^2-x+5}{(x-1)^2}$

a) Déterminer le domaine de définition D_g ,de g.

b) Déterminer les réels α , β et γ tels que $\forall\ x\in D_g$ on a $:g(x)=\alpha x+\beta+\dfrac{\gamma}{(x-1)^2}$.

2/a) Montrer que g admet une primitive de sur $]1,+\infty[$.

a) Donner une primitive de g sur $]1,+\infty[$

b) En déduire la primitive G de g qui prend la valeur 1 pour $x = 2$.

EXERCICE N°2

Soit f la fonction définie sur IR \ {-2 ; 2} par : $f(x)=\dfrac{3x^2+4}{(x^2-4)^3}$

1) Déterminer deux réels a et b tels que, pour tout x distinct de – 2 et de 2 : $f(x)=\dfrac{a}{(x-2)^3}+\dfrac{b}{(x+2)^3}$

2) En déduire une primitive de f sur]-2 ; 2[.

EXERCICE N°3

Soit f la fonction définie sur IR par : f(x) = x sin x.

1) Démontrer que, pour tout réel x : $f(x) = 2\cos x - f''(x)$

2) En déduire la primitive de f sur IR qui prend la valeur 0 en π

EXERCICE N°4

$\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ étant un repère de l'espace ξ

Soit P et Q les plans d'équations respectives : $x + 2y - z + 1 = 0$ et $x - y - z - 2 = 0$

1/ Montrer que P et Q sont perpendiculaires

2/ a) Donner une équation cartésienne de la sphère de centre I (1 , 2 ,0) et tangente à P

b) Montrer que S et Q sont sécants et caractériser $S\cap Q$

3/ soit $\Delta=P\cap Q$

a) Calculer $d(I,\Delta)$

b) Ecrire une équation cartésienne de la sphère S' de centre I et tangente à Δ

c) Donner les coordonnées du point de contact de Δ et S'

EXERCICE N°5

On désigne par S l'ensemble des points M(x,y,z) tel que : $x^2+y^2+z^2-4y-5=0$

1/ Montrer que S est une sphère de centre I et de rayon R à déterminer

2/ Soit P le plan d'équation cartésienne : $2x - 2y + z - 2 = 0$; Caractériser $S\cap P$

3/ Soit P_m le plan dont une équation cartésienne est : $2mx+(1-2m)y+mz+1-2m=0$

a) Δ la droite dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases} x=-\alpha \\ y=-1 \quad ;\ \alpha\in\mathbb{R} \\ z=2\alpha \end{cases}$

Vérifier que Δ est incluse dans le plan P_m

b) Calculer la distance $d(I;P_m)$

c) Déterminer m, pour que P_m soit tangente à la sphère S et préciser le point du contact